

平成27年度  
大学院修士課程（経営学修士コース）入学試験  
【数学試験問題】

1.  $a$  を実定数とする。 $x > 0$  で定義される関数  $f(x) = -\frac{2}{x} + \frac{a}{x^2}$  のグラフの概形を図示しなさい。

2.  $\frac{d^2y}{dx^2} - 3\frac{dy}{dx} - 4y = e^{-x}$  の一般解を求めなさい。

3. 行列

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & -2 \\ 0 & -2 & -1 \end{pmatrix}$$

に関して、以下の問いに答えなさい。

(1)  $A$  の固有値をすべて求めなさい。

(2)  $A$  の固有ベクトルを  $\mathbf{u}_1, \mathbf{u}_2, \mathbf{u}_3$  とする。この固有ベクトルをすべて求め、その線形結合からなるベクトル  $\mathbf{x}_0 = c_1\mathbf{u}_1 + c_2\mathbf{u}_2 + c_3\mathbf{u}_3$  と  $A$  との演算  $A\mathbf{x}_0$  を求めなさい。但し、 $c_1, c_2, c_3$  は実定数で、同時に0にならないとする。

(3) 上記の操作を反復、すなわち、

$$\mathbf{x}_n = A\mathbf{x}_{n-1}$$

して得られる  $\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \dots, \mathbf{x}_n, \dots$  に対し、 $n \rightarrow \infty$  の極限值を求めなさい。

4. 2つの確率変数  $R_1$  と  $R_2$  の期待値  $E$  と分散  $V$  をそれぞれ

$$E(R_1) = e_1, \quad V(R_1) = \sigma_1^2, \quad E(R_2) = e_2, \quad V(R_2) = \sigma_2^2,$$

$R_1, R_2$  の相関係数を  $\rho$  とする。確率変数

$$R_p = xR_1 + (1-x)R_2$$

に関し、以下の問いに答えなさい。但し、 $0 \leq x \leq 1$  とする。

(1)  $R_p$  の期待値  $E(R_p)$ 、分散  $V(R_p)$  を求めなさい。

(2)  $V(R_p)$  の最小値を求めなさい。